

CT=車両衝突力  
 CV=船舶衝突力  
 EQ=地震  
 FR=摩擦  
 IC=氷荷重  
 IM=車両の動的限度荷重  
 LL=車両による活荷重  
 LS=活荷重の過載荷重  
 PL=歩行者による活荷重  
 SE=沈下  
 SH=収縮  
 TG=温度こう配  
 TU=一様分布温度  
 WA=水圧荷重および流水圧  
 WL=活荷重に作用する風  
 WS=構造物に作用する風荷重

#### 付録 26. 構造安定性

材料の降伏応力、降伏ひずみまで弾性的に応答し、降伏点までは応力とひずみはフックの法則により次のように関係づけられる。

(式 A26.1)

ここに、 $\sigma$  = 応力 (力/面積)  
 $E$  = ヤング係数 (力/面積)  
 $\varepsilon$  = ひずみ

力はニュートンの第 2 法則により次のように表される。

(式 A26.2)

ここに、 $F$  = 力  
 $m$  = 質量 (密度×体積)  
 $a$  = 加速度 (距離/時間<sup>2</sup>)

力 (または応力) は式 A26.1 において原因、式 A26.2 において結果とみなすことができるが、どちらの関係も線形比例する。レオナルド・オイラー (1707-1783) はシステムの内部曲げエネルギーを考慮に入れて、システムは作用する荷重の方向に変形し続けるのではなく、形状を (定性的に) 変化することもあるとした。

9

51 (左)

51

9245

か 2022 年 8 月

17.

## 圧縮による曲げ

オイラーは 1774 年に線形弾性体のたわみ形状を求めた。1826 年にナビエはこの関係を拡張して、「一般的な基本弾性方程式につながる微小変形曲げ理論」を打ち立てた (Heyman, 1998, p.97)。

(式 A26.3)

ここに、弾性部材の曲げモーメント  $M$  (力×長さ) は軸方向座標  $x$  に垂直なたわみ  $y$  に正比例する。

1757 年にオイラーは独自の手法を用いて、初期直線単純支持柱にたわみを生じさせる限界集中軸方向圧縮力  $P_{cr}$  (または  $P_e$ ) を次のように求めた。

(式 A26.4)

ここに、 $L$ =柱の長さ

$I_y < I_z$  = 断面慣性モーメント (長さ<sup>4</sup>)

$E$  = ヤング係数 (力/長さ<sup>2</sup>)

$K$  = 有効長さ係数 (単純支持柱では 1)

$P \geq P_{cr}$  のとき、元の直線形状はもはや唯一のつり合い形状ではなくなる。サルバドリー (1963, p.90) は、限界荷重を越えると柱にとっては、それ以上短くなるよりも曲がる方が「イージー」なのだ、というような印象深い説明を与えている。限界収縮 (critical shortening) は式 A26.4 から求まる。

(式 A26.4a)

ここに、 $\Delta_{cr}$  = 柱の限界軸方向変形 (長さ)

$r_y = (I_y/A)^{1/2}$ 、横断面回転半径 (長さ)

$A$  = 横断面積 (長さ<sup>2</sup>)

式 A26.4a によれば、所与の原寸法をもつすべての弾性直線柱は、材料強度や外部荷重とは無関係に、同じ  $\Delta_{cr}$  で座屈する。力のつり合いはすべての工学的解析の核心であり、強度のいかにかわからず、構造物の原形状はクリティカルな変形を許容しないことに注意すべきであろう。不安定な断面変形は常に応力解析で考える次数よりも高次の形状をとる。軸方向に圧縮された柱は曲げまたはねじり座屈を起こす。たわみが生じた梁はねじり座屈を起こす。ねじりによって薄肉形材は反り、板のように局所的に座屈する。オスマー・アマンは、ケベック橋の破壊の原因がねじり座屈に関する知識不足にあるとしている。Gies (1963) はそれよりも昔のテイ橋および Ashtabula 橋の破壊について同様の指摘をしてい

軸方向

軸方向に

ということ

る。

式 A26.3 および A26.4 は、弾性構造物の大半の工学的解析の模範を示しており、変形は微小という簡潔でしかも十分に正確な仮定は次のことを意味する。

(式)

Shanley (1957, p.574) は、上述の近似が受け入れられる程度に正確であるとすれば、「大変形は、主として学術的問題な関心事となるである」と結論している。

この所説の理論的有効性と実地における「大きい」の定義を区別しなければならない。ケーブル支持構造では大変位は日常的なことである。どのような構造物でも、所与の状況下で小変形が増幅して大変形になることはありうる。比較的小さいたわみやねじりが軸方向圧縮にとって重要なこともある。同様に、小さなねじりが曲げにおいて問題になることもある。骨組においては小さいとみなされる弾性応答は、石積みアーチにおいては弾性応答でもなければ、受け入れられる応答でもないかもしれない。変形率がかなり異なる構造物を比較すると、たとえば「剛構造」といった具合に、「弾性」という用語の代わりに（混同して）「剛な」という用語が用いられることが多い。

材料は理論的モデルの線形弾性ばねを近似するにすぎず、しかもある範囲内で近似するにすぎない。想定される力の分布を、構造物が経時的にとる実際の不完全で変形した形状と相関させなければならない。作用荷重に対する（小さな）弾性応答と整合する変形と整合しない変形は、別々に扱わなければならない。確率的解析にかかわるさまざまな不確定性（付録 5）の定性的な差異はそれに似ている。

### 圧縮によるねじり

式 A26.4 は、直線柱の安定は曲げによって失われると仮定している。もう一つの可能性としてねじりがある。式 A26.5 (Bazant and Cedolin, 1991, 第 6 章) は、式 A26.3 が曲げを記述するのと同じように、ねじりを記述している。

(式 26.5)

ここに、 $M_t$  = 作用ねじりモーメント (力×長さ)

$I_w$  = 曲げねじり慣性モーメント (または反り定数) (長さ<sup>6</sup>)

$G$  = せん断弾性係数 (力/長さ<sup>2</sup>)

$J$  = 断面ねじり定数 (長さ<sup>4</sup>)

$\Theta$  = ねじれ角 (rad)

部材は、単純ねじりまたはサンブナンねじり ( $T_{sv}$ ) モードと曲げねじり ( $T_w$ ) モードが組み合わさったねじりに抵抗し、それぞれのモードは断面形状に応じて寄与し、 $J$  と  $I_w$  によって定義される。単純支持の直柱は次式で与えられる限界荷重  $P_{\theta, cr}$  を受けてねじり座屈を起

こす。

(式 A26.6)

ここに、 $I_y, I_z =$  曲げ断面慣性モーメント

$$A = \#$$

$P_{cr\theta} > P_{cr}$  ならば、柱はねじり座屈ではなく曲げ座屈を起こす。式 A26.4 と A26.6 から、この条件は次のように表すことができる。

(式 A26.7)

曲げに抵抗するように設計された典型的な断面には、不等式 A26.7 が適すると思われる。よって、ほとんどの柱は曲げ座屈を起こすが、特に不整がある場合は二つの座屈モードが相互作用するかもしれない。

### 曲げによるねじり

曲げを受ける梁はねじり座屈を起こす可能性がある。両端に曲げモーメント  $M_0$  が作用する単純梁の限界モーメント  $M_{ocr1}$  (Bazant and Cedolin, 1991, p.387) は次のとおりである。

(式 A26.8)

曲げはすべての横断面において座屈を誘発するわけではない。Chen and Lui (1987, p.325) は Kirby および Nethercott の近似解を次のように引用している。

(式 A26.9)

ここに、 $M_{ocr1}$  は、 $I_y < I_z$  の場合のみ実数となる。変動荷重および横断面に対する近似式がある。

### 薄板

二辺が  $a \geq b$ 、厚さ  $h$  の単純支持の矩形薄板の縁  $b$  に沿って一様に分布する限界面内荷重  $N_{cr}$  (Bazant and Cedolin, 1991, p.433) は次のとおりである。

(式 A26.10)

ここに、 $\nu =$  ポアソン比

$$m = \text{最小 } N_{cr} \text{ に対して } a/b$$

他の境界条件に対する限界荷重は、板の解析、設計に関するあらゆる教科書に示されている。自由縁  $a$  については、式 A26.10 と A26.4 の違いは  $1 - \nu^2 \neq 0.91$  (金属の場合) の項だけである。重要なのは、高さ  $a$  ではなく幅  $b$  が  $N_{cr}$  を支配することである。一定荷重  $N$

をより広い面積に分布させるために板の幅  $b$  を大きくすることは解決策とはならない。

単純支持縁  $a$  および  $b$  に沿った限界せん断荷重  $N_{xy,cr}$  について、Ba#ant and Cedolin (1991, p.436, 図 A26.1) は次の近似式を導出した。

(式 A26.11)

式 A26.11 の  $N_{cr}$  を超過しても、単純支持縁  $a$  に沿った帯状部分は降伏に達するまでおおむね平面を維持し、荷重に抵抗し続けるが、その帯状部分の幅  $c < b/2$  はしだいに狭くなる。フォン・カルマンは、次式のように降伏応力  $f_y$  と限界荷重を等しくすることで、幅  $c$  を求めた。

(式 A26.12)

この近似のもとでは、単純板によって抵抗される終局集中荷重  $P_{ult}$  はその厚さ  $h$  に依存するはずである。 $f_y=36\text{ksi}$  (250MPa)、 $E=29,000\text{ksi}$  (200,000MPa)、 $\nu=0.3$  を代入すると、 $P_{ult}$  は次のようになる。

(式 A26.13)

Ba#ant and Cedolin (1991, p.448) は、矩形板は1本の引張斜材を備えた矩形トラスとして働くので、座屈後のせん断強度がかなりあることを指摘している。斜め座屈波は移動中のトレーラートラックの移動とともに、側壁上で絶えず方向を変えることが認められるので、観察することができる。

一次元の柱や梁とは対照的に、板には座屈後の余力がかなりある。これは、板が圧縮またはせん断を受けて座屈した後も、その一部は元の直線形状を保持し、メカニズムは変化するが、材料の限界に達するまで荷重に耐えるからである。る。

板の座屈後の強度余力は設計に広く利用されている。ウェブに穴のあるトラス部材 (図 A26.2) はその例である。また、板の座屈は、たとえクリティカルではなくとも、ほかの破壊モードを引き起こす可能性があることも認識されている。いくつかの AISC 設計公式は、上述のモデルにもとづくウェブおよびフランジの厚さ・奥行きせい比を規定している。板の座屈によって支配される可能性がある桁部材は、非コンパクト成形体部材として設計される。必要な補剛および対傾構は指定される。LRFD (第3版) は、第6.9節および第6.10節で鋼の安定要件について論じている。

断面設計のバランスから、局所的座屈と全体の座屈が同時に起こるようにすることができる。多重に冗長性を備えた構造物では、座屈した細長い部材は限界荷重から解放され、ある程度のたわみ以外にはほとんど破たんを呈さないかもしれない。

重ね合わせと増幅

わかりにくい

断面の文とつがはぬか? これは本と電  
8/25 2011  
55