推定され、破壊確率が0.621%であることを示唆している。どちらの値も、冗長性のないシステムの個々の構造部材の破壊確率に関する仮定にもとづいている。βの校正は、Nowak（Frangopolの文献、1996b、第7章）とNCHRPレポート454（2001）に記述されているように、既存の要件をみたす設計荷重を考慮に入れている。その結果、強度および荷重係数に関する勧告がまとめられた（第4.2.2項）。コストを考慮したβの最適化が試みられているが、ライフサイクルコストの見積りは憶測の域を出ない。Ghosn and Moses はNCHRPレポート406（1998）（付録17）のなかで、冗長性を考慮するための手順を詳しく説明している。Ghosn, Moses and Wang（NCHRPレポート489、2003）は極大事象に合うようにβを校正している。

付録8. 最適化

Beale（1988）は1967年から1985年にかけてロンドンのインペリアルカレッジで行った講義でこのテーマを以下のように定義している。

1．1　最適化入門

最適化は問題の最善の解を見つけることである。これは数学的には、たとえばnをゼロよりも大きい整数としてn個の変数の関数f（$x1, ..., xn$）の最小値または最大値を見つけることである。関数は制約を受けないこともあれば、たとえば$i=1,..., m$としてg（$x1, ... , xn$）$=bi$というように、関数の変数に対する特定の制約を受けることもある......　関数f（x）とg（x）は一般にはなんらかの現実の物理的意味をもつ（たとえば、トータルコストと利益、容量と需要制限）。

最適化は応用数学や統計学のさまざまな部門で用いられているが、とりわけオペレーションズリサーチと結びつけられる。オペレーションズリサーチがどのようなものである論じる前に、オペレーションズリサーチと統計学との違いを少し考えてみよう。

統計学は、見たところランダムな現象で満ちあふれた不確かな世界でなにが起きているか（あるいはなにが起こりうるか）を理解しようとするものであり、オペレーションズリサーチはそれについてなすべきことを決定するものであると言えよう...

従って、オペレーションズリサーチは意思決定に関係する。それは本能的、あるいは少なくとも直観的な過程になることもあるが、必ずしも満足のゆく意思決定方法にはならず、特に官庁や商業組織が他者のためにおこなう意思決定の場合がそうである。よって、もっと体系的に状況にアプローチし、可能な代替決定とそれぞれの長短を列挙してもよい。さらに進んで、それらを数量化することもあり、これが、意思決定を必要とする状態の数学的モデルとして一般に知られているものを構築することにつながる。 ~~主語は？~~

数学的モデル化はオペレーションズリサーチの中核をなす。これは... できる限り単純で、しかも意思決定者が直面する問題の本質を表現するなんらかの論理的構造を解析することを意味する...

オペレーションズリサーチモデルに特徴的な... ことが 3 つある。1 つめは、モデルをきっちりと現実的にする必要はない... モデル開発の対象となる問題そのものが、対立する複数の目的の最善の妥協案を見つけることと同様に、モデル構築技術も、状況を現実どおりに表現することと、データを容易に収集し結論を引き出せることとの最善の妥協案を見つける技術である。

2 つめの特徴は、モデルの利用は最適化を含む...（このような）問題は定量的変数を伴う... これらの問題はモデル構築のスキルだけでなく、最大値または最小値を見つけるための数値的技法も必要とする...

3 つ目の特徴は... モデルの価値は最善の答えをもたらすことにあるのではなく、(もちろんモデルが有効な範囲において)、モデルが問題についての建設的思考の便宜的な枠組みをもたらすことがはるかに重要だということである... 従って、単純なモデルがもたらす代替案で満足できない場合は、より精巧なモデルが必要になるかもしれない。

付録 9. 確率

確率は一般には不確かな結果の尤度と定義される。不確定性のタイプに応じて、適した確率評価方法は異なるはずである。

確率的解析は、得られるデータに最もあてはまる想定確率分布に従ってランダムな結果の尤度を推定する。Ang and Tang（1975、第 3 章）は工学に適した確率変数の分布をいくつか列挙しており、それには正規（またはガウス）分布、標準正規分布、対数正規分布、2 項分布、幾何分布、ポアソン分布、ガンブル分布、指数分布が含まれる。~~Ang and Tang は~~ また、確率分布を導出し、その有効性を論じ、パラメータ推定に適用している。基本用語のいくつかを第 3 章から引用する。

X が確率変数ならば、その確率分布は常に累積分布関数（*CDF*）で記述することができ、次式で与えられる。

（式 A9.1）

ここに、*x* は *X* のすべての値である。

X が離散確率変数ならば、確率質量関数（*PMF*）はすべての *x* に対して *P*（*X*=*x*）である。*PMF* が *px*（*xi*）＝ *P*（*X*=*xi*）ならば、XXの分布関数は次のようになる。

（式 A9.2）

Xが連続確率変数ならば、区間（a,b）おける確率 *P* は次式のように確率密度関数 *(PDF)* *fx*（*x*）で定義される。

（式 A9.3)

対応する分布関数は次のようになる。

（式 A9.4)

よって、

（式 A9.5)

$\bar{X}$

不要と思いますが

中心極限定理は次のように説明される。母集団が有限分散 σ^2 と有限平均 μ をもつ場合、*N* 個の独立観測の標本から得られた標本平均の分布は、標本の大きさ *N* が大きくなるにつれて、分散 σ^2/N と平均 μ をもつ正規分布形に近づく。*N* が非常に大きいとき、x（バー）~~標本分布~~は近似的に正規分布~~である~~となる。

標本 xi の平均 μ または期待値 E（xi）は次のように定義される。

（式 A9.6)

ここに、xi は標本である。

分散 σ^2 は次のように定義される。

（式 A9.7)

ここに、σ は標準偏差である。

は有用な性質である

もっとも代表的な応用範囲が広い

中心極限定理で引き合いに出される正規分布（ガウス分布）は、~~最大範囲の現象を代表する対称な~~分布である（例 12 および 18 参照)。Thoft-Christensen and Baker（1982、第 9.3 節）が指摘しているように、ガウス分布に従う変数を線形変換したものは、別のガウス分布に従うということ~~がとりわけ役に立つ~~。ワイブルが 1939 年に最もシンプルで適切な数学的表現」として提案した分布は、劣化する構造物の挙動のモデル化に特に適していることがわかっている。しばしば用いられるこれらの分布の密度関数 *fx* は以下のとおりである。

・正規（ガウス）分布

（式 A9.8)

ここに、μ ＝変量の平均

σ ＝変量の標準偏差

・標準正規分布

（式 A9.9)

ここに、

$\mu=0$ 　　　$\sigma=1.0$

・ワイブル分布

（式 A9.10）

ここに、t≧0、λ＞0 はスケールパラメータ、α＞0 は形状パラメータ

・ポアソン分布

（式 A9.11）

ここに、Xt＝時間または空間間隔 t における生起数

ν＝平均生起率

平均または期待値と分散は次のとおりである。

（式 A9.11a）

・指数分布。事象がポアソン過程に従って生起するならば、最初の生起までの時間 T_1 は指数分布する。式 A9.11 によれば、次のようになる。

（式 A9.12）

ここに、（T_1＞1）＝時間 t 内に事象は生起しない。

T_1＝最初の生起時間と再発時間（ポアソン過程の非重複時間間隔における事象の生起は統計的に独立であるため）

（式 A9.12a）

ここに、$F_{T1}(t)$ ＝ T_1 の分布関数

（式 A9.12b）

ここに、$f_{T1}(t)$ ＝ 密度関数

ν＝一定ならば、単純なポアソン過程の場合の平均再発時間は次のようになる。

（式 A9.12c）

・ベルヌーイ数列と 2 項 PMF：次の条件が満たされなければならない。

1. 各試行の起こりうる結果は、たとえば生起と非生起というように、二つしかない（これは、ファジィ集合の多価性と対比して二価性として知られる）。
2. 各試行における事象の生起確率は一定である。
3. 試行は統計的に独立である。

?

Ang and Tang（1975、p.107）~~は、~~一群の機器の運転条件が統計的に独立で、誤動作確率が同じならば、その一連の機器の状態はベルヌーイ数列を構成する~~と指摘している。~~

事象は統計的に独立であり、規定のしきい値を超過する年確率は一定である。各試行における事象の生起確率が p、非生起確率が 1−p であれば、ベルヌーイ数列における n 回の試行のうち生起が厳密に x 回となる確率は、次のように 2 項 PMF によって求まる。

(式 A9.13)

ここに、p はパラメータである。

付録 10. 塑性骨組解析の上界および下界定理

Neal（1956、1981）によれば、塑性崩壊理論は 1936 年に Gvozdev ~~によって、~~ 1950 年に Horne ~~によって、そして 1952 年に~~ Greenberg および Prager によって定式化された。Neal の定式化は以下のとおりである（pp.48-49）。

(1952年)ら

静的定理：一組の荷重 λ に対して安全で静力学的に許容される曲げモーメント分布が骨組全体にわたり存在する場合、λ の値は崩壊荷重係数 λc 以下でなければならない。

動的定理: 一組の荷重 λ を受ける所与の骨組について、想定されるメカニズムに対応する λ の値は崩壊荷重係数 λc 以上でなければならない。

塑性解析の本でチェック

唯一性定理: 一組の荷重 λ を受ける所与の骨組について、安全で静力学的に許容される曲げモーメント分布が少なくとも一つあり、その分布において塑性モーメントがあるメカニズムを生じさせるだけの数の断面において発生するならば、対応する荷重係数は崩壊荷重係数 λc となる。

要するに、

静的状態	$\lambda \leqq \lambda c$
動的状態	$\lambda \geqq \lambda c$
崩壊	$\lambda = \lambda c$

静的解と動的解はそれぞれ下と上から λc に近づくので、下界法、上界法とも呼ばれる（たとえば Hodge、1970、p.20）。上界法は破壊メカニズム（たとえば形状）を考えるのに対し、下界法は強度をもたらすことと関係する（たとえば内部）。安全性に関する一般的考慮事項をこの上／下界から類推すると、以下の点に注意しなければならない。

- 破壊は最低のクリティカルな荷重の組合せで発生する。
- 機能を遂行する構造物の耐荷強度力の余力余裕（または「余裕のある設計」）は破壊モードに依存する。
- 一つの弱点を強化しても、システム全体の安全性は向上しない。